

Научная статья

УДК 502/504:630.53

DOI 10.24419/LHI.2304-3083.2021.3.04

Двух- и трехпараметрические модели связи высоты деревьев с диаметром на высоте 1,3 м в дубовых древостоях

Николай Николаевич Дубенок¹

академик РАН, профессор, доктор сельскохозяйственных наук

Валерий Васильевич Кузьмичев²

профессор, доктор биологических наук

Александр Вячеславович Лебедев³

кандидат сельскохозяйственных наук

Аннотация. К настоящему времени накоплено много данных о результатах обмеров высот и диаметров стволов деревьев на высоте 1,3 м. Использование аналитического метода при построении связей высот и диаметров стволов показало наличие закономерностей изменений характера кривых высот в зависимости от возраста, полноты и производительности древостоев. Это позволило разработать методы математического описания зависимости параметров кривых высот от морфолого-таксационных показателей конкретных древостоев. По материалам измерения модельных деревьев в дубовых древостоях была отобрана наиболее адекватная модель среди множества 2- и 3-параметрических, которая передает зависимость между высотой деревьев и диаметром стволов на высоте 1,3 м. В исследовании использованы данные обмеров деревьев на 6 постоянных пробных площадях с 1910 по 2010 г. Возраст древостоев на момент проведения измерений – от 10 до 130 лет. Комплексная оценка метрик качества 2- и 3-параметрических моделей выявила, что лучшей обобщающей способностью характеризуются 2-параметрические модели. В качестве лучшей модели обоснована логарифмическая зависимость высот деревьев дуба от диаметров стволов на высоте 1,3 м. Модель смешанных эффектов более точно прогнозирует значения высот по сравнению с моделью фиксированных эффектов. Недостающие значения высот большого количества деревьев на участке можно вычислить более точно с помощью модели смешанных эффектов, а не применяя модель фиксированных эффектов или используя только фиксированную часть (средний отклик) модели смешанных эффектов. Применение разработанной модели должно ограничиваться только теми условиями, к которым относятся экспериментальные материалы.

Ключевые слова: высота ствола, диаметр дерева на высоте 1,3 м, дуб, модель смешанных эффектов.

Для цитирования: Дубенок Н.Н., Кузьмичев В.В., Лебедев А.В. Двух- и трехпараметрические модели связи высоты деревьев с диаметром на высоте 1,3 м в дубовых древостоях // Лесохозяйственная информация. 2021. № 3. С. 45–58. DOI 10.24419/LHI.2304-3083.2021.3.04.

¹ Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева, заведующий кафедрой (Москва, Российская Федерация), ndubенок@mail.ru

² Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева, заведующий лабораторией (Москва, Российская Федерация)

³ Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева, старший преподаватель (Москва, Российская Федерация), alebedev@rgau-msha.ru

Two- and Three-Parameter Models of the Relationship of the Height of Trees with a Diameter at a Height of 1.3 m in Oak Stands

Nikolai N. Dubenok¹

Academician of the Russian Academy of Sciences, Professor, Doctor of Agricultural Sciences

Valery V. Kuzmichev²

Professor, Doctor of Biological Sciences

Alexander V. Lebedev³

Candidate of Agricultural Sciences

Abstract. To date, a large amount of material has been accumulated with the results of measurements of the heights and diameters of trees. The use of the analytical method in the construction of relationships between heights and diameters showed the presence of regularities in changes in the nature of the curves of heights depending on the age, completeness and productivity of forest stands. Therefore, methods were developed for the mathematical description of the dependence of the parameters of the curves of heights on the morphological and taxation indicators of specific stands. The aim of the study is to select the most adequate simple model among the many two-parameter and three-parameter models based on the measurements of model trees in oak stands, which conveys the relationship between tree height and diameter at chest height. The study uses data from tree measurements on 6 permanent sample plots from 1910 to 2010. The age of the stands at the time of the measurements was from 10 to 130 years. A comprehensive assessment of the quality metrics of two- and three-parameter models revealed that two-parameter models are characterized by the best generalizing ability. As the best model, the logarithmic dependence of the heights of oak trees on the diameters at the height of the chest is substantiated. The mixed effects model is more accurate in predicting heights than the fixed effects model. The missing heights of a large number of trees on a site can be calculated more accurately using the mixed effects model rather than using a fixed effects model or using only a fixed portion (mean response) of the mixed effects model. The application of the developed model should be limited only by those conditions to which the experimental materials relate.

Key words: height, tree diameter on the height 1.3 m, oak, tree, mixed effects model.

For citation: Dubenok N.N., Kuzmichev V.V., Lebedev A.V. Two- and Three-Parameter Models of the Relationship of the Height of Trees with a Diameter at a Height of 1.3 m in Oak Stands // Forestry information. 2021. № 3. P. 45–58. DOI 10.24419/LHI.2304-3083.2021.3.04.

¹ Russian State Agrarian University – Moscow State Agricultural Academy named after K.A. Timiryazev, Head of the Department (Moscow, Russian Federation), ndubenok@mail.ru

² Russian State Agrarian University – Moscow State Agricultural Academy named after K.A. Timiryazev, Head of the Laboratory (Moscow, Russian Federation)

³ Russian State Agrarian University – Moscow State Agricultural Academy named after K.A. Timiryazev, Senior Lecturer (Moscow, Russian Federation), alebedev@rgau-msha.ru

Введение

Объем отдельных деревьев и их совокупностей длительное время устанавливали с помощью таблиц объемов стволов. Для определения запаса древесины поступающих в рубку древостоев использовали данные сплошных перечетов деревьев по ступеням толщины и взаимосвязи высот и диаметров, получившие в лесной таксации название «графика высот». Для сочетаний высот и диаметров по ступеням толщины подбирали объемы стволов (из таблиц объемов деревьев), находили объемы деревьев в ступенях толщины и в результате их суммирования получали запас древесины. Следует отметить, что вследствие повышенной трудоемкости измерения высоты ее определяли для 15–25 деревьев [1, 2].

Увеличение объемов отпуска древесины привело к стандартизации связей высот и диаметров деревьев в таблицах объемов стволов, введению разрядов высот. Они представляют собой линии связи высот и диаметров в спелых древостоях данной породы в разных условиях произрастания определенного района. Обычно линии подбирали таким образом, чтобы разница в объеме стволов одинаковой толщины, но разных высот составляла 5 %. Для определения разряда высот таксируемого древостоя измеряли высоты у 5–6 деревьев в центральных ступенях толщины, что позволяло сократить трудозатраты.

Проведение хозяйственных мероприятий в более молодых древостоях (в частности, рубок ухода) также требовало определения запаса древостоев с использованием графиков высот. После накопления значительного объема данных таких обмеров и использования аналитического метода при построении связей высот и диаметров были выявлены некоторые закономерности изменений характера кривых высот в зависимости от возраста, полноты и продуктивности древостоев. На основе этого были разработаны методы математического описания зависимости параметров кривых высот от морфолого-таксационных показателей конкретных древостоев [3, 4].

Цель исследования – по материалам измерения модельных деревьев в дубовых древостоях среди множества 2- и 3-параметрических моделей связей выбрать наиболее адекватную, которая отражает зависимость между высотами деревьев и диаметрами ствола на высоте 1,3 м.

Материалы и методы исследования

Объектом исследования стали дубовые древостои на постоянных пробных площадях в Лесной опытной даче Российского государственного аграрного университета – МСХА имени К.А. Тимирязева. Площадь территории Лесной опытной дачи составляет 248,6 га. В конце XVII – начале XVIII в. на ее территории, по свидетельству А.Р. Варгаса де Бедемара, произрастали дубовые насаждения с примесью липы, клена и незначительным присутствием сосны, березы и осины. М.К. Турский отмечал, что на момент межевания 1763 г. здесь преобладали насаждения лиственных пород с единичным участием хвойных. Площади с преобладанием дуба сократились с 30 га в 1862 г. до 12 га в 1915 г. Позже они стали увеличиваться в результате разрушения сосняков естественного происхождения и освобождения дуба из второго яруса. В 2009 г. они занимали уже 60 га. Общий запас древесины с 1962 по 2009 г. возрос с 9,5 тыс. до 15 тыс. м³, в основном за счет естественных процессов роста. Средний запас древесины в 2009 г. составил 250 м³/га [5–7].

В исследовании использованы данные обмеров деревьев на 6 постоянных пробных площадях с 1910 по 2010 г. Возраст древостоев варьировал от 10 до 130 лет. По итогам 23 перечетов измерены высоты и диаметры у 418 деревьев. Диаметр стволов растущих деревьев на высоте 1,3 м измеряли мерной вилкой, а высоты – с помощью механического высотомера. Для анализа случайным образом отобраны данные, которые были разделены на обучающую и тестовую выборки в соотношении 7 : 3. Обучающую выборку использовали для подгонки модели, а тестовую – для проверки обобщающей способности.

Таблица 1. Описательная статистика экспериментальных данных

Показатель	Обучающая выборка				Тестовая выборка			
	Mean	Min	Max	SD	Mean	Min	Max	SD
DBH, см	25,34	4,20	56,90	7,68	24,95	9,50	42,00	6,97
h, м	19,09	6,76	28,00	3,50	19,15	10,31	27,70	3,20
Dq, см	24,29	4,60	33,10	4,49	24,38	4,60	33,10	4,22
H, м	18,79	8,50	25,60	3,03	18,84	8,50	25,60	2,90

Примечание: Mean – средняя арифметическая; Min – минимальное значение; Max – максимальное значение; SD – среднеквадратическое отклонение; DBH – диаметр на высоте 1,3 м; h – высота дерева, м; Dq – среднеквадратический диаметр древостоя; H – средняя высота древостоя.

Описательная статистика экспериментальных данных приведена в табл. 1.

На первом этапе методика анализа данных предполагала построение парных визуализаций зависимости высоты от диаметра и проверку выборок на наличие выбросов. В дальнейшем проводили определение параметров для 15 двухпараметрических (M1-M15) и 14 трехпараметрических простых моделей (M16-M29), наиболее часто встречающихся в литературных источниках (табл. 2).

Сравнение оценок для каждой из моделей основывалось на численном и графическом анализе остатков. Для каждого полученного уравнения рассчитывали следующие метрики, позволяющие определить качество модели:

- ✓ квадратный корень из среднеквадратической ошибки (RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\sum \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}},$$

Таблица 2. Уравнения связи высот с диаметрами

№ модели	Уравнение	Литературный источник
2-параметрические модели		
M1	$h = 1,3 + b_1 DBH^{b_2}$	J. Huxley и G. Teissier [8]
M2	$h = 1,3 + \left(\frac{DBH}{b_1 + b_2 DBH} \right)^2$	M. Näslund [9]
M3	$h = 1,3 + \frac{b_1 DBH}{b_2 + DBH}$	S. Huang с соавт. [10]
M4	$h = 1,3 + b_1 \left(\frac{DBH}{1 + DBH} \right)^{b_2}$	S. Huang с соавт. [10]
M5	$h = 1,3 + b_1 \left(1 + \frac{1}{DBH} \right)^{b_2}$	R.O. Curtis [11]
M6	$h = 1,3 + \frac{b_1 DBH}{(1 + DBH)^{b_2}}$	R.O. Curtis [11]
M7	$h = 1,3 + b_1 (1 - \exp(-b_2 DBH))$	H.A. Meyer [12]
M8	$h = 1,3 + \exp \left(b_1 + \frac{b_2}{DBH + 1} \right)$	W.R. Wykoff с соавт. [13]

ОКОНЧАНИЕ ТАБЛ. 2

№ модели	УРАВНЕНИЕ	ЛИТЕРАТУРНЫЙ ИСТОЧНИК
M9	$h = 1,3 + \frac{b_1 DBH}{(DBH + 1) + b_2 DBH}$	D.M. Bates и D.G. Watts [14]
M10	$h = 1,3 + b_1 DBH \exp(-b_2 DBH)$	S. Huang с соавт. [10]
M11	$h = 1,3 + \exp\left(b_1 + \frac{b_2}{DBH}\right)$	C. Staudhammer и V. Le May [15]
M12	$h = 1,3 + b_1 \exp\left(\frac{b_2}{DBH}\right)$	M.A. Buford [16]
M13	$h = 1,3 + b_1 (\ln(1 + DBH))^{b_2}$	H.O. El Momoun с соавт. [17]
M14	$h = 1,3 + \left(b_1 + \frac{b_2}{DBH}\right)^{-5}$	H.O. El Momoun с соавт. [17]
M15	$h = 1,3 + \left(\left(\frac{b_1}{DBH}\right)^{b_2}\right)^{-1}$	F.N. Ogana [18]
3-параметрические модели		
M16	$h = 1,3 + \frac{b_1}{1 + b_2 DBH^{-b_3}}$	S. Huang с соавт. [10]
M17	$h = 1,3 + \frac{DBH^2}{b_1 + b_2 DBH + b_3 DBH^2}$	S. Huang с соавт. [19]
M18	$h = 1,3 + \frac{b_1}{1 + b_2 \exp(-b_3 DBH)}$	S. Huang с соавт. [19]
M19	$h = 1,3 + b_1 (1 - \exp(-b_2 DBH^{b_3}))$	R.C. Yang с соавт. [20]
M20	$h = 1,3 + b_1 (1 - \exp(-b_2 DBH))^{b_3}$	C. Peng с соавт. [21]
M21	$h = 1,3 + b_1 \exp(-b_2 \exp(-b_3 DBH))$	S. Huang с соавт. [19]
M22	$h = 1,3 + \exp(b_1 + b_2 DBH^{b_3})$	D.R. Larsen и D.W. Hann [22]
M23	$h = 1,3 + \exp\left(b_1 + \frac{b_2}{DBH + b_3}\right)$	D.A. Ratkowsky [23]
M24	$h = 1,3 + b_1 \exp(-b_2 DBH^{-b_3})$	A.R. Stage [24]
M25	$h = \left(1,3^{b_1} + (b_2^{b_1} - 1,3^{b_1}) \frac{1 - \exp(-b_3 DBH)}{1 - \exp(-100b_3)}\right)^{\frac{1}{b_1}}$	J. Schnute [25]
M26	$h = 1,3 + b_1 \sqrt{DBH} + b_2 DBH + b_3 DBH^2$	O.A. Атрощенко [26]
M27	$h = 1,3 + \frac{b_1}{1 + (b_2 DBH^{b_3})^{-1}}$	W. Peschel [27]
M28	$h = 1,3 + b_1 DBH^{b_2 DBH^{-b_3}}$	E. Sibbesen [28]
M29	$h = 1,3 + DBH^{\frac{b_1}{b_2 + b_3 DBH^{b_1}}}$	H.O. El Momoun с соавт. [17]

Примечание: h – высота дерева, м; DBH – диаметр ствола дерева на высоте 1,3 м; b – параметры модели.

- ✓ средний процент абсолютной ошибки (MAPE):

$$MAPE = 100 \times \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| / n,$$

- ✓ коэффициент детерминации (R^2):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2},$$

- ✓ скорректированный коэффициент детерминации ($R^2_{adj.}$):

$$R^2_{adj.} = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-k)},$$

- ✓ информационный критерий Акаике (AIC):

$$AIC = 2k + n \ln \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n},$$

- ✓ информационный критерий Байеса (BIC):

$$BIC = k \ln n + n \ln \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n},$$

где:

k – количество параметров модели;

n – количество наблюдений;

y_i – фактическое значение;

$\hat{y}_i$ – прогнозируемое значение по модели;

$\bar{y}$ – среднее фактическое значение.

Модель, для которой получены наибольшие значения коэффициентов детерминации и наименьшие значения информационных критериев, среднеквадратической ошибки и среднего процента абсолютной ошибки, признавалась лучшей.

Для моделей проводили графический анализ полученных кривых, так как их формы могут значительно отличаться, даже если статистика качества моделей аналогична [29].

На заключительном этапе уравнению, обособанному в качестве лучшего, давали оценку

с использованием регрессионной модели смешанных эффектов для устранения случайного влияния отдельных групп наблюдений на фиксированные параметры. Регрессионные модели смешанных эффектов находят широкое применение при изучении связи между высотой и диаметрами деревьев [30]. Анализ данных проводили с использованием R – языка программирования для статистической обработки и Python – мультипарадигмального языка программирования. Указаны версия используемого языка и пакеты с версией для обработки данных: Python 3.5 + NumPy 1.17.1 + SciPy 1.3.2 и R 3.6.3 + lme4 1.1.

Результаты и обсуждение

Итоговая сводка по пяти лучшим 2- и 3-параметрическим моделям приведена в табл. 3. На обучающей выборке лучшее качество из всех по комплексу метрик показывает 3-параметрическая модель M18. Но при оценке обобщающей способности на тестовой выборке лучше оказались 2-параметрические модели. По комплексу метрик качества на обучающей и тестовой выборках в качестве лучшей признана 2-параметрическая модель M13.

Оценки параметров для 5 лучших двух- и трехпараметрических моделей представлены в табл. 4. Для всех рассмотренных 2-параметрических моделей оцененные параметры являются статистически значимыми при p -значении $< 0,05$. Среди 3-параметрических моделей статистически незначимые оценки параметров выявлены для модели M17: для параметра b_1 получено p -значение 0,135.

Графическая визуализация для модели M13, обоснованной в качестве лучшей, представлена на рис. 1. Кривая зависимости высот от диаметров исходит из точки 1,3 м, имеет горизонтальную асимптоту, поэтому удовлетворяет требованиям, предъявляемым к таким функциям [31, 32]. При сопоставлении фактических и прогнозируемых высот основная часть точек

ТАБЛИЦА 3. ИТОГОВАЯ СВОДКА ПО ПЯТИ ЛУЧШИМ 2- И 3-ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

№ МОДЕЛИ	ОБУЧАЮЩАЯ ВЫБОРКА						ТЕСТОВАЯ ВЫБОРКА					
	RMSE	MAPE	R ²	R ² -ADJ.	AIC	BIC	RMSE	MAPE	R ²	R ² -ADJ.	AIC	BIC
2-параметрические модели												
M1	1,470	5,510	0,805	0,803	229,1	236,4	1,534	5,515	0,816	0,813	111,8	117,4
M3	1,465	5,561	0,806	0,805	226,9	234,2	1,485	5,491	0,827	0,824	103,6	109,3
M6	1,469	5,510	0,805	0,804	228,6	235,9	1,527	5,452	0,817	0,814	110,7	116,3
M10	1,476	5,682	0,803	0,802	231,3	238,7	1,487	5,729	0,827	0,824	104,0	109,7
M13	1,464	5,528	0,806	0,805	226,8	234,1	1,496	5,436	0,825	0,822	105,5	111,2
3-параметрические модели												
M17	1,459	5,498	0,807	0,805	226,8	237,8	1,504	5,520	0,823	0,818	108,9	117,4
M18	1,448	5,447	0,810	0,808	222,3	233,3	1,507	5,726	0,822	0,818	109,3	117,8
M19	1,461	5,507	0,807	0,805	227,3	238,4	1,490	5,346	0,826	0,822	106,5	115,0
M20	1,460	5,504	0,807	0,805	227,1	238,1	1,490	5,330	0,826	0,822	106,4	114,9
M23	1,458	5,492	0,808	0,806	226,3	237,3	1,499	5,455	0,824	0,819	108,0	116,5

ТАБЛИЦА 4. ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ 5 ЛУЧШИХ 2- И 3-ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

№ МОДЕЛИ	ПАРАМЕТР	ОЦЕНКА	Т-СТАТИСТИКА	P-VALUE
2-параметрические модели				
M1	b_1	2,725e+00	1,731e+01	< 2e-16
	b_2	5,848e-01	3,339e+01	< 2e-16
M3	b_1	4,425e+01	2,320e+01	< 2e-16
	b_2	3,627e+01	1,339e+01	< 2e-16
M6	b_1	2,931e+00	1,643e+01	< 2e-16
	b_2	4,324e-01	2,371e+01	< 2e-16
M10	b_1	1,066e+00	5,158e+01	< 2e-16
	b_2	1,538e-02	2,271e+01	< 2e-16
M13	b_1	1,734e+00	1,393e+01	< 2e-16
	b_2	1,981e+00	3,315e+01	< 2e-16
3-параметрические модели				
M17	b_1	-1,944e+00	-1,497e+00	1,354e-01
	b_2	9,822e-01	8,684e+00	2,220e-16
	b_3	1,945e-02	8,249e+00	5,551e-15
M18	b_1	2,719e+01	2,331e+01	< 2e-16
	b_2	3,302e+00	1,562e+01	< 2e-16
	b_3	7,451e-02	1,064e+01	< 2e-16
M19	b_1	3,920e+01	3,769e+00	1,989e-04
	b_2	4,426e-02	1,140e+01	< 2e-16
	b_3	8,175e-01	7,623e+00	3,579e-13

№ модели	ПАРАМЕТР	ОЦЕНКА	T-СТАТИСТИКА	P-VALUE
M20	b_1	3,679e+01	5,106e+00	5,978e-07
	b_2	2,014e-02	1,983e+00	4,828e-02
	b_3	7,704e-01	6,930e+00	2,744e-11
M23	b_1	3,857e+00	3,144e+01	< 2e-16
	b_2	-3,920e+01	-3,965e+00	9,264e-05
	b_3	1,550e+01	3,098e+00	2,143e-03

Примечание. Оценка – числовое значение параметра уравнения, t-статистика – t-критерий Стьюдента, p-value – уровень значимости для t-статистики.

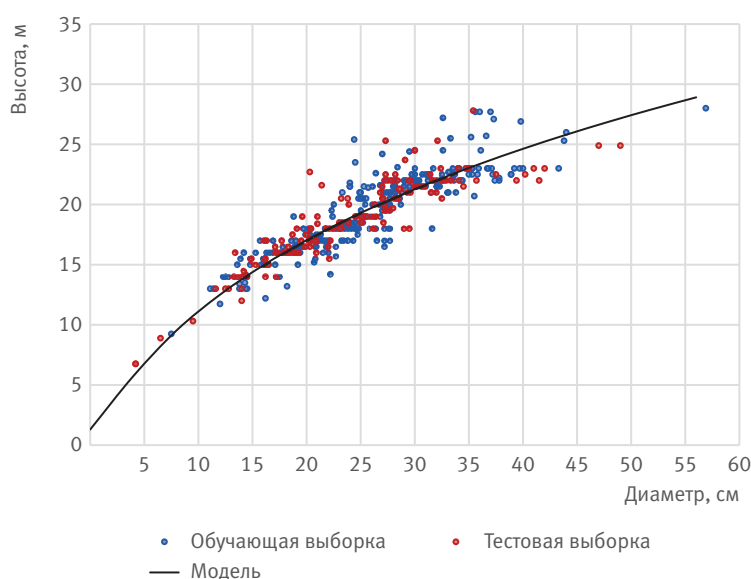


Рис. 1. Зависимость высот деревьев от диаметра ствола

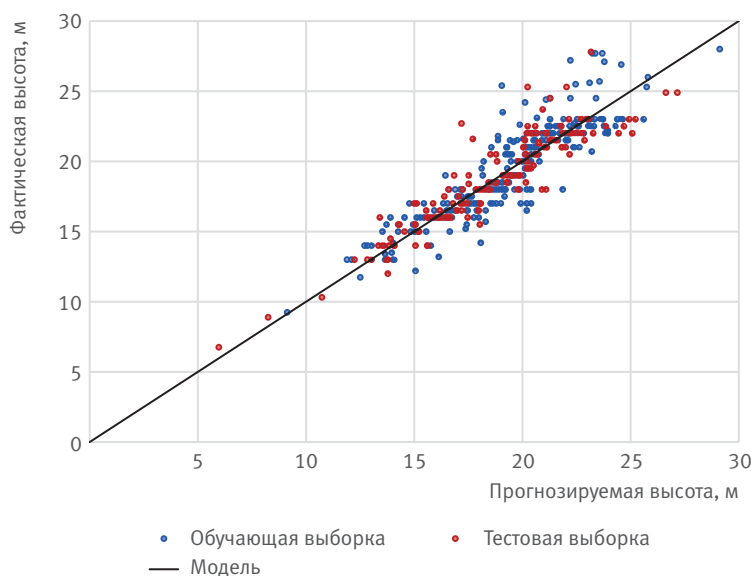


Рис. 2. Фактическая и прогнозируемая высота деревьев для обучающей и тестовой выборок

сконцентрирована вдоль диагональной линии (рис. 2).

Во многих работах показано [30, 33, 34], что лучшей прогностической способностью характеризуются модели смешанных эффектов, благодаря чему они нашли широкое применение в лесохозяйственных исследованиях. Модель смешанных эффектов (M13M) после включения в качестве случайного эффекта отдельных перечетов на пробных площадях приняла следующий вид:

$$h_{ij} = 1,3 + (b_1 + \beta_{1i}) (\ln(1 + DBH_{ij}))^{(b_2 + \beta_{2i})} \varepsilon_{ij},$$

где:

h_{ij} – высота дерева j из выборки i , м;

b – параметры модели;

β_i – вектор случайных эффектов для отдельного перечета из выборки i , имеющий нормальное распределение с нулевым средним и стандартным отклонением σ_{β_i} ;

DBH_{ij} – диаметр на высоте 1,3 м дерева j из выборки i , см;

ε_{ij} – вектор остатков, имеющий нормальное распределение с нулевым средним и стандартным отклонением σ .

Все оценки параметров и компоненты дисперсии расширенной модели имеют высокую значимость (p-значение < 2e-16) (табл. 5). И модель фиксированных эффектов, и модель смешанных эффектов адекватно описали зависимость между высотами и диаметрами деревьев в дубовых древостоях. Но, как и ожидалось, первая модель имеет худшие значения метрик

ТАБЛИЦА 5. ИТОГОВЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ МОДЕЛИ ФИКСИРОВАННЫХ (M13) И СМЕШАННЫХ ЭФФЕКТОВ (M13M)

№ МОДЕЛИ	ПАРАМЕТР	ОЦЕНКА	T-СТАТИСТИКА	P-VALUE	КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА МОДЕЛИ			
					RMSE	MAPE	AIC	BIC
M13	b_1	1,927e+00	1,750e+01	< 2e-16	1,468	5,502	1513,3	1525,3
	b_2	1,894e+00	3,975e+01	< 2e-16				
M13M	Фиксированные компоненты				1,265	4,382	1259,2	1283,4
	b_1	2,296e+00	1,079e+01	< 2e-16				
	b_2	1,756e+00	2,492e+01	< 2e-16				
	Случайные компоненты							
	$\sigma_{\beta_{1i}}$	9,572e-01	-	-				
	$\sigma_{\beta_{2i}}$	3,075e-01	-	-				
	$corr(\beta_{1i}; \beta_{2i})$	-9,960e-01	-	-				
	σ	9,485e-01	-	-				

Примечание. Оценка – числовое значение параметра уравнения, t-статистика – t-критерий Стьюдента, p-value – уровень значимости для t-статистики.

качества по сравнению со второй. Включение случайных эффектов на уровне графика высот для отдельного перечета позволило снизить RMSE на 14 %, MAPE – на 20 %, AIC – на 17 % и BIC – на 16 %.

Графическая визуализация зависимости высот от диаметров по модели M13M представлена на рис. 3. Модель смешанных эффектов позволяет получить индивидуальный график высот для каждого перечета. При этом каждая кривая зависимости «высота – диаметр» характеризуется индивидуальной формой. Модель смешанных эффектов может достаточно точно прогнозировать недостающие измерения высот, но при этом стоит учитывать возможные ошибки. Это связано с наличием экстремальных выбросов (рис. 4), которые могут появляться из-за неоднородности древостоев, в том числе обусловленной действием неблагоприятных факторов окружающей среды.

Точность прогноза модели смешанного эффекта для каждого отдельного дерева сильно зависит от неоднородности древостоя и количества деревьев выборки с измеренной высотой, которые будут использоваться для прогнозирования случайных эффектов. Измеренные высоты любого количества деревьев можно

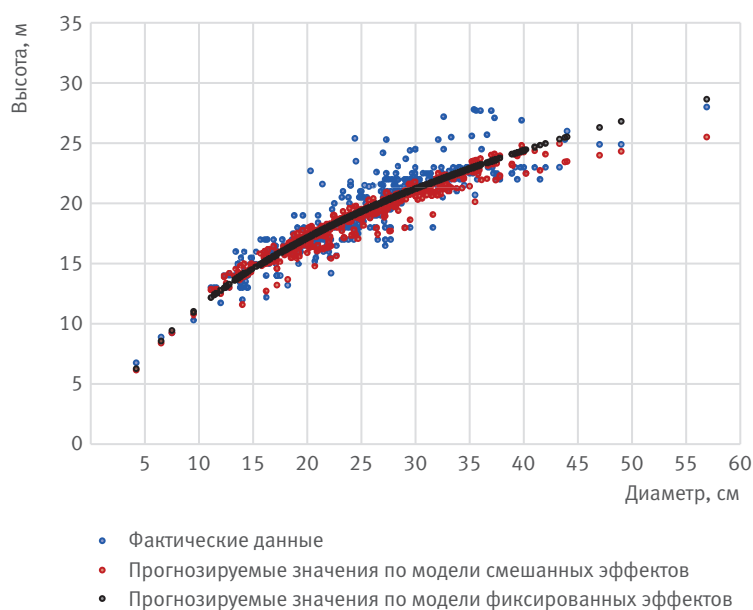
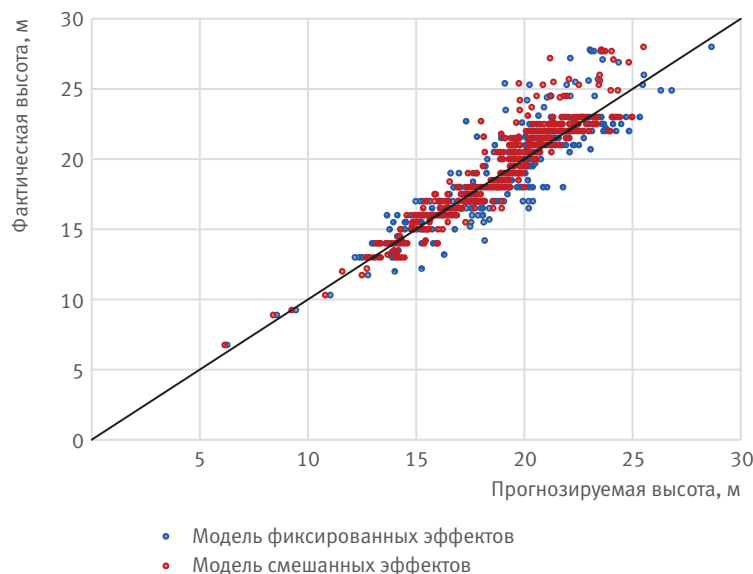


Рис. 3. ЗАВИСИМОСТЬ ВЫСОТЫ ДЕРЕВЬЕВ ОТ ДИАМЕТРА СТВОЛА ПО МОДЕЛЯМ СМЕШАННЫХ И ФИКСИРОВАННЫХ ЭФФЕКТОВ

использовать для прогнозирования случайных эффектов, но точность во многом зависит от репрезентативности высот выбранных деревьев. Как правило, чем больше число деревьев, выбранных для прогноза случайных эффектов, тем выше будет точность прогноза модели смешанных эффектов [34].



**Рис. 4. ФАКТИЧЕСКАЯ И ПРОГНОЗИРУЕМАЯ ВЫСОТА ДЕРЕВЬЕВ
ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ФИКСИРОВАННЫХ И СМЕШАННЫХ
ЭФФЕКТОВ**

Заключение

Комплексная оценка метрик качества 2- и 3-параметрических моделей выявила, что лучшей обобщающей способностью характеризуются 2-параметрические модели. В качестве лучшей модели обоснована логарифмическая зависимость высот деревьев дуба от диаметров на высоте 1,3 м. Модель смешанных эффектов позволяет более точно прогнозировать значения высот по сравнению с моделью фиксированных эффектов. Недостающие значения высот большого количества деревьев на участке можно вычислить более точно с помощью модели смешанных эффектов, не применяя модель фиксированных эффектов. Использование разработанной модели должно ограничиваться только теми условиями, к которым относятся экспериментальные материалы.

Список источников

1. Лебедев, А.В. Верификация трехпараметрических моделей зависимости высоты от диаметра на высоте груди для березовых древостоев Европейской части России / А.В. Лебедев, В.В. Кузьмичев // Сибирский лесной журнал. – 2020. – № 5. – С. 45–54. – DOI 10.15372/SJFS20200505.
2. Лебедев, А.В. Проверка двухпараметрических моделей зависимости высоты от диаметра на высоте груди в березовых древостоях / А.В. Лебедев, В.В. Кузьмичев // Изв. СПбЛТА. – 2020. – № 230. – С. 100–113. – DOI 10.21266/2079-4304.2020.230.100-113.
3. Lebedev, A.V. New generalised height-diameter models for the birch stands in European Russia / A.V. Lebedev // Baltic Forestry. – 2020. – Vol. 26. – № 2. – P. 1–7. – DOI 10.46490/BF499.
4. Lebedev, A. Verification of two- And three-parameter simple height-diameter models for birch in the European part of Russia / A. Lebedev, V. Kuzmichev // Journal of Forest Science. – 2020. – Vol. 66. – № 9. – P. 375–382. – DOI 10.17221/76/2020-JFS.
5. Дубенок, Н.Н. Динамика лесного фонда Лесной опытной дачи РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева за 150 лет / Н.Н. Дубенок, В.В. Кузьмичев, А.В. Лебедев // Изв. Тимирязевской сельскохозяйственной академии. – 2018. – № 4. – С. 5–19. DOI: 10.26897/0021-342X-2018-4-5-19.
6. Дубенок, Н.Н. Результаты экспериментальных работ за 150 лет в Лесной опытной дачи Тимирязевской академии / Н.Н. Дубенок, В.В. Кузьмичев, А.В. Лебедев. – М. : Наука, 2020. – 382 с.
7. Кузьмичев, В.В. Изменение породного состава насаждений Лесной опытной дачи РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева за 150 лет / В.В. Кузьмичев, А.В. Лебедев // Мониторинг состояния природных комплексов и многолетние исследования на особо охраняемых природных территориях. – 2018. – № 2. – С. 88–92.
8. Huxley, J. Terminology of relative growth rates / J. Huxley, G. Teissier // Nature. – 1936. – № 137. – P. 780–781.
9. Näslund, M. Antaletprov trädochhöjdkurv ans noggrannhet / M. Näslund // Meddelanden fran Statens Skogs forskings institut. – 1929 – № 25. – P. 93–170.
10. Huang, S. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests / S. Huang, D. Price, S.J. Titus // Forest Ecology and Management. – 2000. – № 129(1). – P. 125–141.
11. Curtis, R.O. Height-diameter and height- diameter-age equations for second growth Douglas-fir / R.O. Curtis // Forest Science. – 1967. – № 13. – P. 365–375.
12. Meyer, H.A. A mathematical expression for height curves / H.A. Meyer // Journal of Forestry. – 1940. – № 38. – P. 415–420.
13. Wykoff, W.R. User's Guide to the Stand Prognosis Model. General Technical Report INT-133 / W.R. Wykoff, N.L. Crookston, A.R. Stage. – Stage Ogden : USDA Forest Service, Intermountain Forest and Range Experiment Station, 1982. – 231 p.
14. Bates, D.M. Relative curvature measures of nonlinearity / D.M. Bates, D.G. Watts // Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological). – 1980. – № 42 (1). – P. 1–25.
15. Staudhammer, C. Height prediction equations using diameter and stand density measures / C. Staudhammer, V. Le May // The Forestry Chronicle. – 2000. – № 76 (2). – P. 303–309.
16. Buford, M.A. Height-diameter relationship at age 15 in loblolly pine seed sources / M.A. Buford // Forest Science. – 1986. – № 32 (3). – P. 812–818.
17. El Mamoun, H.O. Modelling Height-Diameter Relationships of Selected Economically Important Natural Forests Species / H.O. El Mamoun, A.I. El Zein, M.I. El Mugira // Journal of Forest Products & Industries. – 2013. – № 2(1). – P. 34–42.
18. Ogana, F.N. Comparison of a modified log-logistic distribution with established models for tree height prediction / F.N. Ogana // Journal of Research in Forestry, Wildlife & Environment. – 2018. – № 10 (2). – P. 49–55.

19. Huang, S. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species / S. Huang, S.J. Titus, D.P. Wiens // Canadian Journal of Forest Research. – 1992. – № 22 (9). – P. 1297–1304.
20. Yang, R.C. The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves / R.C. Yang, A. Kozak, J.H.G. Smith // Canadian Journal of Forest Research. – 1978. – № 8 (4). – P. 424–431.
21. Peng, C. Developing and validating nonlinear height–diameter models for major tree species of Ontario’s boreal forests / C. Peng, L. Zhang, J. Liu // Northern Journal of Applied Forestry. – 2001. – № 18 (3). – P. 87–94.
22. Larsen, D.R. Height-diameter Equations for Seventeen Tree Species in Southwest Oregon / D.R. Larsen, D.W. Hann. – Corvallis : Forest Research Laboratory, Oregon State University, Corvallis, 1987.
23. Ratkowsky, D.A. Handbook of nonlinear regression / D.A. Ratkowsky. – New-York : Marcel and Dekker, 1990. – 241 p.
24. Stage, A.R. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir / A.R. Stage // Forest Science. – 1963. – № 9. – P. 167–180.
25. Schnute, J. A versatile growth model with statistically stable parameters / J. Schnute // Canadian Journal of Forest Research. – 1981. – № 38. – P. 1128–1140.
26. Атрощенко, О.А. Моделирование роста леса и лесохозяйственных процессов / О.А. Атрощенко. – Минск : БГТУ. – 249 с.
27. Peschel, W. Mathematical methods for growth studies of trees and forest stands and the results of their application / W. Peschel // Tharandter Forstl. Jahrb. – 1938. – № 89. – P. 169–247.
28. Sibbesen, E. Some new equations to describe phosphate sorption by soils / E. Sibbesen // J. Soil Sci. – 1981. – № 32 (1). – P. 67–74.
29. Applied Linear Statistical Models / J. Neter, M.H. Kutner, C.J. Nachtsheim, W. Wasserman. – Chicago : Irwin, 1996. – 1408 p.
30. Лебедев, А.В. Регрессионные модели смешанных эффектов в лесохозяйственных исследованиях / А.В. Лебедев, В.В. Кузьмичев // Сибирский лесной журнал. – 2021. – № 1. – С. 13–20. – DOI 10.15372/SJFS20210102.
31. Подмаско, Б.И. Инвентаризация лиственных лесов севера Дальнего Востока СССР методом камерального дешифрирования аэроснимков : автореф. дис. ... канд. с.-х. наук / Б.И. Подмаско. – М., 1973. – 24 с.
32. Хлюстов, В.К. Товарно-денежный потенциал древостоев и оптимизация лесопользования / В.К. Хлюстов, А.В. Лебедев. – Иркутск : Мегатрип, 2017. – 328 с.
33. Height-diameter models for *Eucalyptus* plantations in Brazil / A.C. Ferraz Filho, B. Mola-Yudego, A. Ribeiro, J.R.S. Scolforo, R.A. Loos, H.F. Scolforo // Cerne. – 2018. – Vol. 24. – № 1. – P. 9–17. – DOI: 10.1590/01047760201824012466.
34. Sharma, R.P. Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic / R.P. Sharma, Z. Vacek, S. Vacek // Journal of Forest Science. – 2016. – № 62 (10). – P. 470–484. DOI: 10.17221/41/2016-JFS.

References

1. Lebedev, A.V. Verifikaciya trekhparametricheskikh modelej zavisimosti vysoty ot diametra na vysote grudi dlya berezovyh drevostoev Evropejskoj chasti Rossii / A.V. Lebedev, V.V. Kuz'michev // Sibirskij lesnoj zhurnal. – 2020. – № 5. – С. 45–54. – DOI 10.15372/SJFS20200505.
2. Lebedev, A.V. Proverka dvuhparametricheskikh modelej zavisimosti vysoty ot diametra na vysote grudi v berezovyh drevostoyah / A.V. Lebedev, V.V. Kuz'michev // Izv. SPbLTA. – 2020. – № 230. – С. 100–113. – DOI 10.21266/2079-4304.2020.230.100-113.

3. Lebedev, A.V. New generalised height-diameter models for the birch stands in European Russia / A.V. Lebedev // *Baltic Forestry*. – 2020. – Vol. 26. – № 2. – P. 1–7. – DOI 10.46490/BF499.
4. Lebedev, A. Verification of two- And three-parameter simple height-diameter models for birch in the European part of Russia / A. Lebedev, V. Kuzmichev // *Journal of Forest Science*. – 2020. – Vol. 66. – No 9. – P. 375–382. – DOI 10.17221/76/2020-JFS.
5. Dubenok, N.N. Dinamika lesnogo fonda Lesnoj opytnoj dachi RGAU-MSKHA imeni K.A. Timiryazeva za 150 let / N.N. Dubenok, V.V. Kuz'michev, A.V. Lebedev // *Izv. Timiryazevskoj sel'skohozyajstvennoj akademii*. – 2018. – № 4. – S. 5–19. DOI: 10.26897/0021-342X-2018-4-5-19.
6. Dubenok, N.N. Rezul'taty eksperimental'nyh rabot za 150 let v Lesnoj opytnoj dachi Timiryazevskoj akademii / N.N. Dubenok, V.V. Kuz'michev, A.V. Lebedev. – M. : Nauka, 2020. – 382 s.
7. Kuz'michev, V.V. Izmenenie porodnogo sostava nasazhdenij Lesnoj opytnoj dachi RGAU-MSKHA imeni K.A. Timiryazeva za 150 let / V.V. Kuz'michev, A.V. Lebedev // *Monitoring sostoyaniya prirodnih kompleksov i mnogoletnie issledovaniya na osobo ohranyaemyh prirodnih territoriyah*. – 2018. – № 2. – S. 88-92.
8. Huxley, J. Terminology of relative growth rates / J. Huxley, G. Teissier // *Nature*. – 1936. – № 137. – P. 780–781.
9. Näslund, M. Antaletprov trädochhöjdkurv ans noggrannhet / M. Näslund // *Meddelanden fran Statens Skogs forskings institut*. – 1929. – № 25. – P. 93–170.
10. Huang, S. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests / S. Huang, D. Price, S.J. Titus // *Forest Ecology and Management*. – 2000. – № 129(1). – P. 125–141.
11. Curtis, R.O. Height-diameter and height- diameter-age equations for second growth Douglas-fir / R.O. Curtis // *Forest Science*. – 1967. – № 13. – P. 365–375.
12. Meyer, H.A. A mathematical expression for height curves / H.A. Meyer // *Journal of Forestry*. – 1940. – № 38. – P. 415–420.
13. Wykoff, W.R. User's Guide to the Stand Prognosis Model. General Technical Report INT-133 / W.R. Wykoff, N.L. Crookston, A.R. Stage. – Stage Ogden: USDA Forest Service, Intermountain Forest and Range Experiment Station, 1982. – 231 p.
14. Bates, D.M. Relative curvature measures of nonlinearity / D.M. Bates, D.G. Watts // *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. – 1980. – № 42 (1). – P. 1–25.
15. Staudhammer, C. Height prediction equations using diameter and stand density measures / C. Staudhammer, V. Le May // *The Forestry Chronicle*. – 2000. – № 76 (2). – P. 303–309.
16. Buford, M.A. Height-diameter relationship at age 15 in loblolly pine seed sources / M.A. Buford // *Forest Science*. – 1986. – № 32 (3). – P. 812–818.
17. El Mamoun, H.O. Modelling Height-Diameter Relationships of Selected Economically Important Natural Forests Species / H.O. El Mamoun, A.I. El Zein, M.I. El Mugira // *Journal of Forest Products & Industries*. – 2013. – № 2(1). – P. 34–42.
18. Ogana, F.N. Comparison of a modified log-logistic distribution with established models for tree height prediction / F.N. Ogana // *Journal of Research in Forestry, Wildlife & Environment*. – 2018. – № 10 (2). – P. 49–55.
19. Huang, S. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species / S. Huang, S.J. Titus, D.P. Wiens // *Canadian Journal of Forest Research*. – 1992. – № 22 (9). – P. 1297–1304.
20. Yang, R.C. The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves / R.C. Yang, A. Kozak, J.H.G. Smith // *Canadian Journal of Forest Research*. – 1978. – № 8 (4). – P. 424–431.
21. Peng, C. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forests / C. Peng, L. Zhang, J. Liu // *Northern Journal of Applied Forestry*. – 2001. – № 18 (3). – P. 87–94.
22. Larsen, D.R. Height-diameter Equations for Seventeen Tree Species in Southwest Oregon / D.R. Larsen, D.W. Hann. – Corvallis : Forest Research Laboratory, Oregon State University, Corvallis, 1987.

23. Ratkowsky, D.A. Handbook of nonlinear regression / D.A. Ratkowsky. – New-York : Marcel and Dekker, 1990. – 241 p.
24. Stage, A.R. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir / A.R. Stage // Forest Science. – 1963. – № 9. – P. 167–180.
25. Schnute, J. A versatile growth model with statistically stable parameters / J. Schnute // Canadian Journal of Forest Research. – 1981. – № 38. – P. 1128–1140.
26. Atroshchenko, O.A. Modelirovanie rosta lesa i lesohozyajstvennyh processov / O.A. Atroshchenko. – Minsk : BGTU. – 249 s.
27. Peschel, W. Mathematical methods for growth studies of trees and forest stands and the results of their application / W. Peschel // Tharandter Forstl. Jahrb. – 1938. – № 89. – P. 169–247.
28. Sibbesen, E. Some new equations to describe phosphate sorption by soils / E. Sibbesen // J. Soil Sci. – 1981. – № 32 (1). – P. 67–74.
29. Applied Linear Statistical Models / J. Neter, M.H. Kutner, C.J. Nachtsheim, W. Wasserman. – Chicago : Irwin, 1996. – 1408 p.
30. Lebedev, A.V. Regressionnye modeli smeshannyh effektov v lesohozyajstvennyh issledovaniyah / A.V. Lebedev, V.V. Kuz'michev // Sibirskij lesnoj zhurnal. – 2021. – № 1. – S. 13–20. – DOI 10.15372/SJFS20210102.
31. Podmasko, B.I. Inventarizaciya listvennichnyh lesov severa Dal'nego Vostoka SSSR metodom kameral'nogo deshifrirovaniya aerosnimkov : avtoref. dis. ... kand. s.-h. nauk / B.I. Podmasko. – M., 1973. – 24 s.
32. Hlyustov, V.K. Tovarno-denezhnyj potencial drevostoev i optimizaciya lesopol'zovaniya / V.K. Hlyustov, A.V. Lebedev. – Irkutsk : Megaprint, 2017. – 328 s.
33. Height-diameter models for Eucalyptus sp. Plantations in Brazil / A.C. Ferraz Filho, B. Mola-Yudego, A. Ribeiro, J.R.S. Scolforo, R.A. Loos, H.F. Scolforo // Cerne. – 2018. – Vol. 24. – № 1. – P. 9–17. – DOI: 10.1590/01047760201824012466.
34. Sharma, R.P. Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic / R.P. Sharma, Z. Vacek, S. Vacek // Journal of Forest Science. – 2016. – № 62 (10). – P. 470–484. DOI: 10.17221/41/2016-JFS.